Analisi dei Segnali

e-mail: nicola.vanello@unipi.it

29 09 2015

- Segnale prototipale: utile x esercizio, per capire i reali segnali biomedici
- Segnali biomedici → di vario tipo: (sorgenti *)
  - Elettrico: ECG (ΔCE su corpo, in superficie)
    Elettroencefalogramma (attività dei neuroni di tipo piramidale; variazioni dell'ordine di mVolt, molto difficili da individuare)
  - Magnetico: Magnetoencefalogramma (misura CE generato da correnti neuronali)
  - Meccanici: Δpressione
  - Acustici/sonori: si ascoltano suoni cardiaci per avere info su valvole
  - Chimici: ΔpH, Δ[]
  - Termici

{ Dato / Segnale: dati in funzione continua nel tempo.

- Spontanei: valutano fx dell'organismo senza interferenze dall'esterno (es: termografia che fornisce bio immagine: mammografia)
- Indotti (TAC, PET.): si ottengono bioimmagini grazie ad interazione tra tessuti ed energia inviata ad essi da una sorgente esterna, mediante onde
  PET (= positron emition tomography): si assume un farmaco di fotoni che di solito vanno a marcare Glucosio. Esso va in zone ad elevata attività metabolica (tumori, cervello)
  γ fotoni (elettroni con q>0) interagiscono in particolare con cristalli scintillatori

Processo:

Sorgente * → Trasduttore → Condizionamento del segnale → Amplificatore → A/D → Mem / UTs / Tx → Trasmissione

- Trasduttore: converte una forma di energia in un'altra. Possono esserne molti. es: per pressione, membrana traduce P in spostamento (meccanica) e poi un'altra trasduzione per spostamento → segnale elettrico
- Condizionamento del segnale: filtro i segnali utili
- A/D: il segnale diventa fruibile ad apparecchi come PC, telefoni..
- Tx: Trasmissione

master COPY COPISTERIA

Trasduttori | attivi: hanno bisogno di energia esterna
es: termistore = oggetto conduttore che cambia resistenza in base alla sua temperatura. Per misurare T, occorre farvi passare energia.
PTC (positive termo...): ↑T e ↑R, cioè ↑ opposizione al passaggio di corrente

passivi: non hanno bisogno di energia esterna
es: termocoppia: unione di 2 metalli o leghe. Se le 2 estremità libere hanno diversa temp, si misura una ΔV

nichel-cromo

nichel-alluminio

Possono essere usati anche in uscita, ad esempio Led (ingresso elettrico, uscita luminoso)

Sistema piezoelettrico (es: sonde ecografiche): Δ meccaniche in funzione di Δ potenziale.

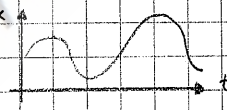
SEGNALI

◎ Aleatori: non si conosce a priori l'andamento, hanno dei range all'interno dei quali possono acquisire valore.

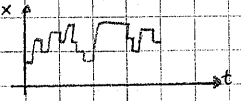
Deterministici o determinati: segnali di cui conosco TUTTO (cioè forma e andamento nel tempo del segnale)

Processo stocastico: schematizzazione matematica di un esperimento (es: lancio dado, descrivibile come variabile aleatoria); nel nostro caso si fa una misura.

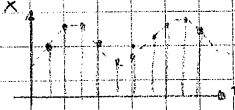
◎ Analogici: segnale continuo nel tempo e nell'ampiezza



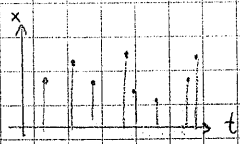
Quantizzati: ampiezza discreta, cioè può assumere solo certi valori (livelli o quanti)
Segnali continui nel tempo e discreti nell'ampiezza.



Campionati: continui in ampiezza e discreti nel tempo



Digitali (gestiti da clock): discreti in ampiezza e tempo.

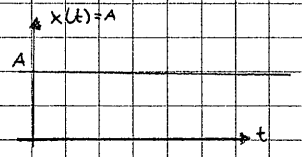


◎ CONVERTITORE A/D (Analogico/digitale): converte grandezze continue in discrete; lavora in un range di valori (min - max) diviso in molti intervalli.
Ad esempio, se lavora tra -10 V e +10 V con intervalli di 1 V, potrà assumere 21 valori distinti.
Problema: se, nell'esempio precedente, dovessimo misurare grandezza analogica che haverriamo di 0,1 V? Ecco non saremmo avvertiti dal convertitore! Per ciò si impiega un amplificatore.

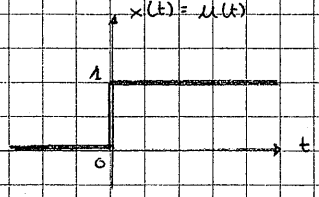
master COPY COPISTERIA

NB: I seguenti tipi di segnali non esistono*, ma possono essere assunti per qualche valore particolare di t; sebbene non esistano, sono utili per capire.

- Segnale costante



- Segnale a gradino

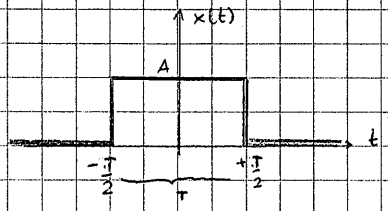


$$u(t) = \begin{cases} 0 & \text{se } t \le 0 \\ 1 & \text{se } t \ge 0 \end{cases}$$

* perché 1) $t \to \infty$, valore costante: impossibile

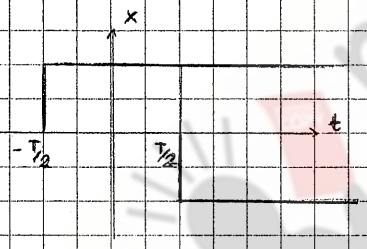
2) Passaggio $0 \to 1$ avviene in $\Delta t = 0$; in realtà si ha sempre un tempo $\Delta t \neq 0$ di salita. Si può pensare ad un passaggio tanto rapido ($\Delta t \to 0$) da essere istantaneo

- Impulso rettangolare (rect.)

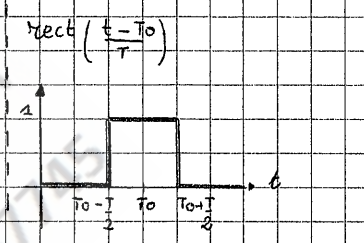


$$x(t) = A\,\mathrm{rect}\left(\frac{t}{T}\right) = \begin{cases} A & |t| \le T/2 \\ 0 & |t| > T/2 \end{cases}$$

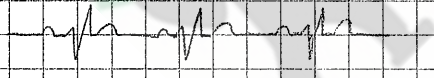
Posso ottenerlo sottraendo un segnale a gradino ad un altro



$$\mathrm{rect}\left(\frac{t}{T}\right) = u\left(t+\frac{T}{2}\right) - u\left(t-\frac{T}{2}\right)$$



- Segnale periodico: $s(t) = s(t+T_0)$ $\forall t$: si ripete uguale dopo un certo periodo di tempo

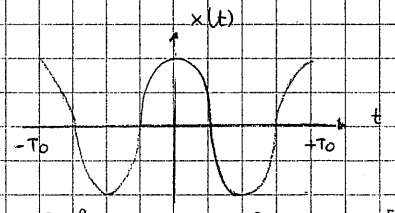


Segnale cosenusoidale:

$$x(t) = A\cos\left(\frac{2\pi t}{T_0}\right) = A\cos(2\pi f_0 t)$$

periodico di T_0 ; f_0 = frequenza

$$f_0 = \frac{1}{T_0}$$



$2\pi f_0 = \omega$ = pulsazione, ampiezza $= \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right]$

Se f_0 raddoppia, T_0 dimezzato.

Un segnale periodico si può ottenere come ripetizione di un segnale di base.

$$s(t) = \mathrm{rep}_{T_0}(s_0(t)) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} s_0(t - kT_0)$$

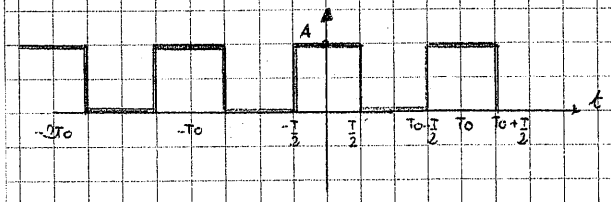
$s_0(t)$, aperiodico

Continua

1 10 2015

Esempio: $x_0(t) = A\,\mathrm{rect}\left(\frac{t}{\tau}\right)$ segnale di base (hp $\tau \le \frac{T_0}{2}$)

$$\mathrm{rep}_{T_0}(x_0(t)) = x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} A\,\mathrm{rect}\left(\frac{t-kT_0}{\tau}\right) = \dots A\,\mathrm{rect}\left(\frac{t+2T_0}{\tau}\right) + A\,\mathrm{rect}\left(\frac{t+T_0}{\tau}\right) + A\,\mathrm{rect}\left(\frac{t}{\tau}\right) + A\,\mathrm{rect}\left(\frac{t-T_0}{\tau}\right) + A\,\mathrm{rect}\left(\frac{t-2T_0}{\tau}\right) + \dots$$



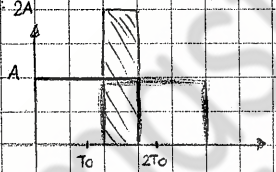
Se $\uparrow T_0$, repliche diventano sempre più distanti

Se $T_0 = 2\tau$ (è il caso rappresentato): onda quadra, perché sta 50% a 0 e 50% a 1

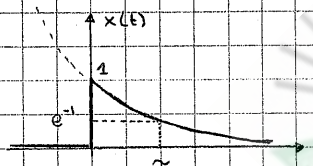
$\delta = \frac{\tau}{T_0}$ = «duty cycle»: se $\downarrow T_0$, le repliche si avvicinano

Se $T_0 = \tau$, segnale costante: dove finisce un rect, inizia il successivo

Per hp, $\frac{T_0}{2} \ge \tau$. E se avessi $\tau > T_0$? Avrei alcune zone di sovrapposizione in cui si ha valore $2A$:



→ ESPONENZIALE MONOLATERO

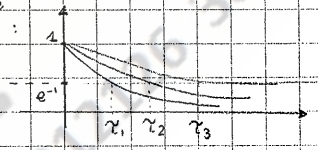


Per l'esponenziale tracciato (anche tratteggiato), $f(t) = e^{-t/\tau}$

Per ottenere la parte 0, moltiplico per un gradino:

$$x(t) = e^{-t/\tau} \cdot u(t)$$

Se $\uparrow \tau$, exp decade più lentamente:



Segnale base = esp. monolatero.

Ripetizione: $x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{(t-kT_0)}{\tau}} \cdot u(t-kT_0) \qquad (\tau \ll T_0)$

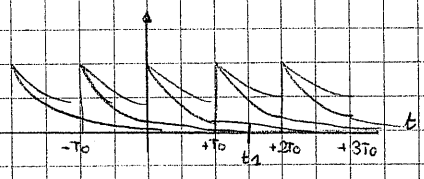


Grafico a lapis sbagliato: infatti ogni grafico tende a 0, per $t \to \infty$, ma ha un contributo, seppur piccolo!

↓

ad esempio, in t_1, $e^{-\frac{t_1}{\tau}} + e^{-\frac{(t_1+T_0)}{\tau}} \dots$

Tutto ciò tende ad un valore finito.

Vediamo conto dei contributi.

→ I segnali periodici più importanti sono: sen e cos

↳ $x(t) = \cos\left(2\pi \frac{t}{T_0}\right) = \cos(2\pi f_0 t)$

In particolare useremo tale scrittura:

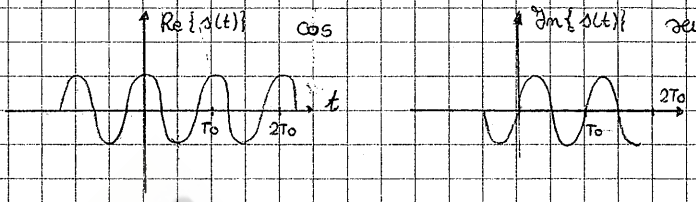
$$s(t) = e^{j 2\pi \frac{t}{T_0}}$$

$\pm j = \sqrt{-1}$: c'è una costante immaginaria.
Quindi è un segnale complesso, $s(t) \in \mathbb{C}$

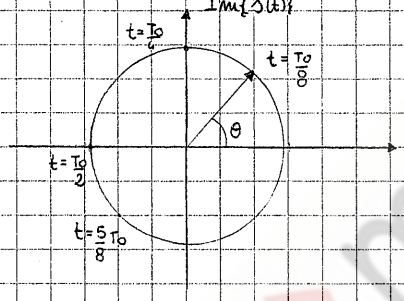
f. di Eulero: $\underline{e^{+j\theta} = \cos\theta + j \operatorname{sen}\theta}$ ⇝ es: $e^{-j\theta} = \cos\theta - j \operatorname{sen}\theta$

$$s(t) = \cos\left(2\pi \frac{t}{T_0}\right) + j \operatorname{sen}\left(2\pi \frac{t}{T_0}\right)$$

→ Potremmo fare 2 grafici, uno per la parte Reale ed uno per quella Immaginaria.



→ Altro modo per rappresentare: un vettore che ruota in senso antiorario sul piano $\mathbb{C}$, detto «fasore»



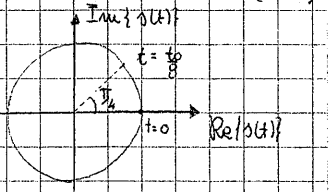
Es: $t = \frac{T_0}{8}$, $s\left(\frac{T_0}{8}\right) = \cos\frac{\pi}{4} + j \operatorname{sen}\frac{\pi}{4}$

* $e^{j\theta} = \cos\theta + j \operatorname{sen}\theta \Rightarrow$ $\theta = \begin{cases} \operatorname{arctg}\left(\frac{Im}{Re}\right) & \text{se } Re > 0 \\ \pi + \operatorname{arctg}\left(\frac{Im}{Re}\right) & \text{se } Re < 0 \end{cases}$
(rapp. cartesiana)

Se avessi $e^{-j \underbrace{2\pi f_0 t}_{\theta}}$, per $t = \frac{T_0}{4}$, $\theta = 2\pi f_0 \frac{T_0}{4} = 2\pi \frac{1}{T_0} \frac{T_0}{4} = \frac{\pi}{2}$ $e^{-j\pi/2}$ → col θ, ruota in senso orario.

6 ott 2015

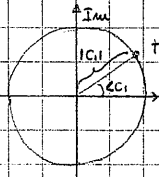
→ Già visto: $s(t) = e^{j 2\pi \frac{t}{T_0}} = \cos\left(2\pi \frac{t}{T_0}\right) + j \operatorname{sen}\left(2\pi \frac{t}{T_0}\right)$ $\quad Re\{s(t)\} = \cos\left(2\pi \frac{t}{T_0}\right)$, $Im\{s(t)\} = \operatorname{sen}\left(2\pi \frac{t}{T_0}\right)$



∘ $C_1 \in \mathbb{C}$, $\boxed{C_1 = a + jb = |C_1| \cdot e^{j \angle C_1}}$

$s_1(t) = |C_1| e^{j \angle C_1} \cdot e^{j 2\pi \frac{t}{T_0}} = |C_1| \cdot e^{j\left(\angle C_1 + 2\pi \frac{t}{T_0}\right)} = C_1 \cdot e^{j 2\pi \frac{t}{T_0}}$

fase istantanea di un fasore.



$s_1(t) = |C_1| e^{j\left(\frac{2\pi t}{T_0} + \angle C_1\right)} = |C_1| \cos\left(2\pi \frac{t}{T_0} + \angle C_1\right) + j\,|C_1| \operatorname{sen}\left(2\pi \frac{t}{T_0} + \angle C_1\right)$

∘ $s_2(t) = e^{-j 2\pi \frac{t}{T_0}}$: la fase, al $\uparrow t$, $\downarrow$ il fasore ruota in senso antiorario

